

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Воронежский государственный педагогический университет»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

***Математическая физика***

<b>Направление подготовки</b>	<i>бакалавриат</i>
<b>Специальность</b>	<i>050200.62 «Физико-математическое образование»</i>
<b>профиль</b>	<i>«Информатика»</i>
<b>Форма обучения</b>	<i>очная</i>
<b>Срок освоения ООП</b>	<i>4 года</i>
<b>Кафедра</b>	<i>общей физики</i>

**Разработчик:**

Доцент кафедры общей физики

\_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Учебно-методический комплекс учебной дисциплины одобрен на заседании кафедры  
общей физики  
от «б» сентября 2007 г. Протокол № 1

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  В.И. Белявский

**г. Воронеж – 2007 г.**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Воронежский государственный педагогический университет»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

***Математическая физика***

<b>Направление подготовки</b>	<i>бакалавриат</i>
<b>Специальность</b>	<i>050200.62 «Физико-математическое образование»</i>
<b>профиль</b>	<i>«Информатика»</i>
<b>Форма обучения</b>	<i>очная</i>
<b>Срок освоения ООП</b>	<i>4 года</i>
<b>Кафедра</b>	<i>общей физики</i>

**Разработчик:**

Доцент кафедры общей физики

\_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена на заседании кафедры общей физики  
от «6» сентября 2007 г. Протокол № 1

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  В.И. Белявский

**г. Воронеж – 2007 г.**

## Лист переутверждения рабочей программы учебной дисциплины

Рабочая программа:

одобрена на 2008/ 2009 учебный год. Протокол № 1 заседания кафедры

от “30” августа \_\_\_\_\_ 2008 г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  В.И. Белявский

одобрена на 2009/ 2010 учебный год. Протокол № 1 заседания кафедры

от “\_31” августа \_\_\_\_\_ 2009 г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  В.И. Белявский

одобрена на 2010/ 2011 учебный год. Протокол № 1 заседания кафедры

от “31” августа \_\_\_\_\_ 2010 г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ В.А. Хоник

одобрена на 2011/ 2012 учебный год. Протокол №13 заседания кафедры

от “\_1\_” июля \_\_\_\_\_ 2011 г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ В.А. Хоник

одобрена на 2012/ 2013 учебный год. Протокол № 13 заседания кафедры

от “\_2\_” июля \_\_\_\_\_ 2012 г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_ Померанцев Ю.А.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ В.А. Хоник

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_ заседания кафедры

от “\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_ заседания кафедры

от “\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

*Студенты должны овладеть следующим обязательным минимумом содержания при освоении дисциплины «Математическая физика» в соответствии с ГОС ВПО:*

ОПД.Ф.08	<b>Математическая физика</b> Задачи математической физики: постановка, важнейшие методы решения. Корректность задачи. Начальные и краевые условия. Примеры постановки и решения основных задач математической физики.	100
----------	---	-----

### ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		№ 4 часов			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54			
В том числе:	-	-			
Лекции (Л)	36	36			
Практические занятия (ПЗ), Семинары (С)	18	18			
Лабораторные работы (ЛР)					
<b>Самостоятельная работа студента (СРС) (всего)</b>	46	46			
В том числе:	-	-			
<i>Другие виды СРС:</i>	-	-			
<b>Подготовка к письменному Тестированию</b>					
<b>СРС в период промежуточной аттестации</b>					
<b>Вид промежуточ. аттестации</b>	<b>зачет (З)</b>				
	<b>экзамен (Э)</b>	+	+		
<b>ИТОГО: Общая трудоемкость</b>	<b>Часов</b>	100	100		

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Введение.** Место математики в физических исследованиях во многом определяется тем, что математика позволяет перевести на язык точных определений те интуитивно возникающие физические образы, которые помогают физикам качественно представить и понять основные черты того или иного физического явления. Математический язык и строгая логика математических рассуждений и доказательств лежат в основе любой физической теории. Все следствия такой теории могут быть выведены с использованием математических, в том числе вычислительных, методов, которые и составляют предмет математической физики. С одной стороны, методы математической физики должны иметь строгое (на математическом уровне строгости) обоснование, чтобы можно было быть уверенным в логической их непротиворечивости. С другой стороны, эти методы должны быть “работающими”, то есть позволяющими получать либо точные, либо (как чаще всего и бывает) приближенные решения основных уравнений математической физики. С последней задачей как раз чаще всего и приходится иметь дело физикам в своих научных исследованиях. Поэтому математический уровень строгости нередко заменяется так называемым “физическим” уровнем строгости, в значительной степени основанным на интуиции и уверенности в том, что функции и иные математические объекты, встречающиеся в физических исследованиях, являются “хорошими” и не приводят к каким-либо осложнениям при правильном использовании математического аппарата. Создание и развитие этого аппарата (как собственно математиками, так и физиками) показало, что адекватное описание самых разных по своему содержанию физических явлений может быть достигнуто на основе некоторых общих принципов, имеющих глубокую аналогию с простыми методами линейной алгебры и аналитической геометрии. Настоящий курс посвящен формулировке таких принципов и основ математического языка, используемого в физике. Предпочтение при этом отдается индуктивному подходу, который позволяет формулировать достаточно общие утверждения и понятия после рассмотрения простых и интуитивно ясных частных случаев. Основные теоремы формулируются именно как результат подобного рассмотрения. Курс, разумеется, не является сколько-нибудь исчерпывающим введением в предмет математической физики, которая, особенно в последние десятилетия, стала самостоятельным и весьма обширным полем для научных исследований. Для более подробного ознакомления с затронутыми здесь вопросами можно рекомендовать литературу, приведенную ниже.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

	Тема	трудоемкость час.	В том числе аудиторных			СРС
			Всего	лекции	практ.	
I	Линейные векторные пространства.		6	4	2	4
II	Линейные операторы.		6	4	2	4
III	Скалярное преобразование и ортогональность.		6	4	2	4
IV	Унитарные операторы.		6	4	2	4
V	Эрмитовы операторы.		6	4	2	4
VI	Разложения по ортогональным системам функций.		6	4	2	6
VII	Обобщенные функции.		6	4	2	6
VIII	Уравнения математической физики.		6	4	2	8
IX	Метод функций Грина.		6	4	2	6
	Итого:	100	54	36	18	46

### I. Линейные векторные пространства. (4 часа)

1.1. Определение векторного пространства. Сложение векторов. Умножение вектора на число.

1.2. Линейная зависимость векторов.

Линейная комбинация векторов. Линейно независимые векторы: определение.

1.3. Базис линейного пространства. Разложение вектора по базису.

1.4. Размерность линейного пространства.

1.5. Матрицы.

1.6. Определение. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Нулевая матрица. Противоположная матрица. Матрицы как элементы (векторы) линейного пространства. Вектор-строка. Вектор-столбец. Квадратные матрицы.

1.7. Умножение матриц.

Определение. Некоммутативность умножения матриц. Коммутатор матриц. Единичная матрица. Обратная матрица.

1.8. Сопряженные матрицы. Транспонирование матрицы. Комплексно сопряженная матрица. Эрмитово сопряженная матрица.

**Темы практических занятий:**

1. Векторы на плоскости. Правило параллелограмма. Векторы в пространстве. Упорядоченные совокупности чисел. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Непрерывные функции, заданные на конечном отрезке.
2. Коллинеарные векторы на плоскости. Неколлинеарные векторы на плоскости. Некомпланарные векторы в пространстве. Степенные функции на конечном отрезке.
3. Взаимно перпендикулярные векторы на плоскости и в пространстве. Упорядоченные совокупности чисел. Комплексные числа.
4. Пространство векторов на плоскости и пространство комплексных чисел. Пространство упорядоченных совокупностей вещественных чисел. Пространство непрерывных функций, заданных на отрезке. Ряд Тейлора.
5. Перемножение квадратных матриц  $2 \times 2$ . Обратная матрица  $2 \times 2$ .
6. Сопряженные матрицы в пространстве матриц  $2 \times 2$ .

**II. Линейные операторы. (4 часа)**

2.1. Определение оператора. Линейные операторы.

2.2. Сумма линейных операторов. Умножение линейного оператора на число. Линейное пространство линейных операторов.

2.3. Матричное представление линейных операторов. Линейные преобразования.

2.4. Произведение операторов. Обратный оператор. Некоммутативность умножения операторов.

*Примеры.* Оператор дифференцирования. Оператор умножения функции на аргумент. Коммутатор операторов дифференцирования и умножения на аргумент.

**Темы практических занятий:**

1. Единичный оператор. Нулевой оператор. Операторы в пространстве упорядоченных совокупностей чисел.
2. Оператор дифференцирования. Оператор умножения функции на аргумент. Коммутатор операторов дифференцирования и умножения на аргумент.

**III. Преобразования координат. (4 часа)**

3.1. Соответствие между базисами. Матрица преобразования.

3.2. Преобразование координат векторов. Ковариантные и контравариантные величины.

3.1. Преобразование матриц. Преобразование подобия.

**Темы практических занятий:**

1. Градиент скалярной функции.

**IV. Скалярное преобразование и ортогональность. (4 часа)**

4.1. Скалярное произведение векторов.

Определение и свойства скалярного произведения. Евклидово пространство.

4.2. Ортогональность векторов.

Определение.

4.3. Линейная независимость системы ортогональных векторов. Норма вектора. Нормированные векторы.

4.4. Ортонормированные базисы.

Символ Кронекера. Процедура ортогонализации Шмидта.

4.5. Унитарные и ортогональные преобразования.

**Темы практических занятий:**

1. Скалярное произведение векторов на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение в пространстве непрерывных функций, заданных на отрезке.
2. Ортогональность векторов на плоскости и в пространстве. Ортогональность в пространстве упорядоченных совокупностей чисел. Ортогональность в пространстве непрерывных функций, заданных на отрезке. Ортогональность тригонометрической системы функций.

**V. Унитарные операторы. (4 часа)**

5.1. Определение и свойства унитарного оператора.

5.2. Ортогональные преобразования.

**Темы практических занятий:**

1. Ортогональные преобразования на плоскости и их эквивалентность поворотам. Ортогональная матрица  $2 \times 2$ . Трехмерные вращения. Углы Эйлера. Унитарные преобразования в двумерном пространстве. Унитарная матрица  $2 \times 2$ .

**VI. Эрмитовы операторы. (4 часа)**

- 6.1. Определение и свойства эрмитова (самосопряженного) оператора.
- 6.2. Собственные векторы и собственные значения эрмитова оператора.
- 6.3. Вещественность собственных значений эрмитова оператора. Ортогональность собственных векторов эрмитова оператора. Число собственных векторов эрмитова оператора в конечномерном линейном пространстве. Вырождение собственных значений оператора. Кратность вырождения. Собственные векторы эрмитова оператора как базис линейного векторного пространства, в котором определен оператор.
- 6.4. Приведение эрмитова оператора к диагональному виду. Матричное представление эрмитова оператора. Диагонализация эрмитовой матрицы. Секулярное уравнение. Диагонализация эрмитова оператора как унитарное преобразование.

**Темы практических занятий:**

1. Приведение к диагональному виду эрмитова оператора в двумерном пространстве. Собственные векторы и собственные значения двумерной эрмитовой матрицы.

**VII. Разложения по ортогональным системам функций. (4 часа)**

- 7.1. Гильбертово пространство. Обобщение понятия функции как вектора в многомерном пространстве. Обобщение понятия скалярного произведения. Норма и нормируемость функции. Ортогональность. Ортогональные базисы в гильбертовом пространстве.
- 7.2. Полнота систем функций. Обобщение понятия линейной комбинации векторов в многомерном пространстве. Равномерная сходимости функционального ряда. Сходимость в среднем.
- 7.3. Коэффициенты Фурье. Обобщение понятия проекции вектора на направление базисного вектора. Равенство Парсеваля. Неравенство Бесселя. Аналогия с теоремой Пифагора.
- 7.4. Ряды Фурье. Ортонормальная система тригонометрических функций в интервале  $(\pi, \pi)$ . Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Ряд Фурье в комплексной форме. Разложение функции, заданной в произвольном интервале, в ряд Фурье.
- 7.5. Периодические функции. Разложение периодической функции в ряд Фурье.
- 7.6. Разложение функции, заданной в интервале  $(0, \pi)$ , по косинусам или по синусам.
- 7.7. Интеграл Фурье. Обобщение понятия разложение функции в интеграл Фурье на бесконечную область определения. Прямое и обратное преобразования Фурье.
- 7.8. Интеграл Фурье для функций нескольких переменных. Двумерные и трехмерные преобразования Фурье.

**Темы практических занятий:**

1. Разложения функций в ряды Фурье. Функции, заданные в интервале  $(\pi, \pi)$ . Разложение функции, заданной в интервале  $(0, \pi)$ , по косинусам и по синусам.
2. Интеграл Пуассона. Преобразование Фурье некоторых простых функций.

**VIII. Обобщенные функции. (4 часа)**

- 8.1. Линейные функционалы. Определение. Скалярное произведение как линейный функционал. Дельта-функция Дирака.
- 8.2. Дельта-функция как предел последовательности непрерывных функций.
- 8.3. Некоторые свойства дельта-функции.
- 8.4. Ступенчатые функции. Тэта-функция Хевисайда. Тэта-функция как производная дельта-функции. Знаковая функция. Дифференцирование разрывных функций.
- 8.5. Производные от дельта-функции.
- 8.6. Интегралы в смысле главного значения. Формула Сохоцкого.
- 8.7. Представления дельта-функции.
- 8.8. Преобразование Фурье дельта-функции.
- 8.9. Дельта-функция нескольких переменных.

**Темы практических занятий:**

1. Последовательности функций, приводящих к дельта-функции. Вычисление интегралов с дельта-функцией.

**IX. Уравнения математической физики. (4 часа)**

- 9.1. Уравнения эллиптического типа. Уравнения Лапласа и Пуассона.
- 9.2. Уравнения параболического типа. Уравнения диффузии и теплопроводности.

- 9.3. Уравнения гиперболического типа. Волновое уравнение и неоднородное волновое уравнение.
- 9.4. Уравнение Шредингера.
- 9.5. Граничные и начальные условия.

#### **Х. Метод функций Грина. (4 часа)**

- 10.1. Матричная формулировка свойств линейных операторов.
- 10.2. Общее определение функции Грина. Общие теоремы о функциях Грина.
- 10.3. Уравнение Пуассона. Функция Грина оператора Лапласа.
- 10.4. Функция Грина уравнения диффузии.
- 10.5. Неоднородное волновое уравнение. Запаздывающая и опережающая функции Грина.

#### *Темы практических занятий:*

1. Одномерное уравнение Пуассона.
2. Одномерное уравнение диффузии.
3. Потенциалы Лиенара-Вихерта.

#### **Вопросы к экзамену по курсу «Математическая физика».**

1. Система аксиом, определяющих линейное пространство.
2. Линейная комбинация векторов.
3. Условие линейной зависимости векторов.
4. Условие линейной независимости векторов.
5. Базис линейного пространства.
6. Координаты вектора.
7. Размерность линейного пространства.
8. Правило сложения матриц.
9. Правило умножения матрицы на число.
10. Правило умножения матриц.
11. Коммутатор двух матриц.
12. Обратная матрица.
13. Транспонированная матрица.
14. Комплексно-сопряженная матрица.
15. Эрмитово-сопряженная матрица.
16. Эрмитова матрица.
17. Унитарная матрица.
18. Линейный оператор. Определение и свойства.
19. Сумма линейных операторов.
20. Представление линейного оператора матрицами.
21. Произведение операторов. Коммутатор двух операторов.
22. Обратный оператор.
23. Обратный оператор произведения операторов.
24. Преобразование координат. Соответствие между базисами.
25. Преобразование координат векторов.
26. Ковариантные и контравариантные величины.
27. Градиент скалярной функции.
28. Преобразование матриц.
29. Скалярное произведение.
30. Евклидово пространство.
31. Ортогональность векторов.
32. Норма вектора.
33. Ортонормированные базисы.
34. Процедура ортогонализации.
35. Унитарные операторы.
36. Унитарные преобразования.
37. Теорема об инвариантности скалярного произведения относительно унитарного преобразования.
38. Ортогональные преобразования. Углы Эйлера.
39. Эрмитовы операторы.
40. Собственные векторы и собственные значения эрмитова оператора.
41. Теорема о собственных значениях эрмитова оператора.
42. Теорема об ортогональности собственных векторов эрмитова оператора.
43. Вырождение собственных значений оператора. Кратность вырождения.
44. Теорема о приведении эрмитова оператора к диагональному виду.
45. Гильбертово пространство.
46. Скалярное произведение функций.
47. Норма функции.
48. Полнота системы функций
49. Равномерная сходимость функционального ряда.
50. Сходимость функционального ряда в среднем.
51. Коэффициенты Фурье.
52. Равенство Парсеваля.
53. Неравенство Бесселя.
54. Ортонормированная система тригонометрических функций.
55. Тригонометрический ряд Фурье.
56. Ряд Фурье в комплексной форме.
57. Разложение в ряд Фурье функции, заданной в произвольном интервале.
58. Периодические функции.
59. Разложение периодической функции в ряд Фурье.
60. Разложение функции в ряд Фурье по косинусам.
61. Разложение функции в ряд Фурье по синусам.
62. Интеграл Фурье.
63. Прямое и обратное преобразования Фурье.
64. Интеграл Пуассона.
65. Интегральное преобразование Фурье для функции нескольких переменных.
66. Линейный функционал.
67. Дельта-функция Дирака.
68. Дельта-функция как предел последовательности непрерывных функций.
69. Свойства дельта-функции.
70. Дельта-функция от непрерывной функции.
71. Ступенчатые функции.
72. Тэта-функция Хевисайда.
73. Знаковая функция.
74. Производные от дельта-функции.

75. Интегралы в смысле главного значения.
  76. Формула Сохоцкого.
  77. Преобразование Фурье дельта-функции.
  78. Дельта-функция нескольких переменных.
  79. Система уравнений Максвелла.
  80. Уравнение непрерывности.
  81. Электростатика. Уравнение Пуассона.
  82. Магнитостатика. Уравнение Пуассона.
  83. Волновое уравнение.
  84. Уравнение диффузии.
  85. Уравнение Шредингера.
  86. Оператор Гамильтона.
  87. Классификация уравнений математической физики.
  88. Начальные и граничные условия.
  89. Матричное представление линейных операторов.
  90. Матричные элементы операторов.
  91. Обозначения Дирака.
  92. Матричные элементы произведения операторов.
  93. Непрерывный спектр. Условие полноты.
  94. Решение неоднородного операторного уравнения.
  95. Функция Грина.
  96. Функция Грина уравнения Пуассона в бесконечном пространстве.
  97. Операторное уравнение для функции Грина.
- 

#### Рекомендуемая литература.

- 1) И.М.Гельфанд. Лекции по линейной алгебре. «Наука», М., 1971. 271 стр.
- 2) Ли Цзун-дао. Математические методы в физике. «Мир», М., 1965. 296 стр.
- 3) Б.З.Вулих. Введение в функциональный анализ. «Наука», М., 1967. 415 стр.
- 4) Н.И.Ахиезер, И.М.Глазман. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. «Наука», М., 1966. 543 стр.
- 5) А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. Уравнения математической физики. «Наука», М., 1972. 735 стр.

**Интерактивные технологии: Лекций/семинарских занятий, часов.**  
7/7 ч. (26%) – интерактивных занятий от объема аудиторных занятий

## **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

1. Зуева Г.А. Методы математической физики. Специальные функции: Методические указания / ИГХТУ, Иваново, 2008. – 40 с. (№ 593)
2. Зуева Г.А, Кулакова С.В., Малыгин А.А. Педагогические измерительные материалы по математике: Методические указания / ИГХТУ, Иваново, 2008. – 51 с. (№ 534)
3. Зуева Г.А. Методы математической физики. Интегральные уравнения: Методические указания / ИГХТУ, Иваново, 2007. – 32 с. (№ 131)
4. Ильин А.М. Уравнения математической физики. [Электронный ресурс].- М.: Физматлит, 2009. - 193 с. –URL:  
[http://www.biblioclub.ru/69318\\_Uravneniya\\_matematicheskoi\\_fiziki.html](http://www.biblioclub.ru/69318_Uravneniya_matematicheskoi_fiziki.html)
5. Асташова И.В., Никишкин В.А. Дифференциальные уравнения. Часть 2. [Электронный ресурс]-М.: Евразийский открытый институт, 2011. - 108 с. –URL:  
[http://www.biblioclub.ru/90342\\_Differentsialnye\\_uravneniya\\_Chast\\_2.html](http://www.biblioclub.ru/90342_Differentsialnye_uravneniya_Chast_2.html)
6. Асташова И.В., Никишкин В.А. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения». Учебное пособие. . [Электронный ресурс]-М.: Евразийский открытый институт, 2011. - 96 с. –URL:  
[http://www.biblioclub.ru/90289\\_Praktikum\\_po\\_kursu\\_Differentsialnye\\_uravneniya\\_Uchebnoe\\_posobie.html](http://www.biblioclub.ru/90289_Praktikum_po_kursu_Differentsialnye_uravneniya_Uchebnoe_posobie.html)
7. Махмутов М.М. Лекции по численным методам. [Электронный ресурс].- Москва — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. - 237 с. –URL:  
[http://www.biblioclub.ru/114584\\_Lektsii\\_po\\_chislennym\\_metodam.html](http://www.biblioclub.ru/114584_Lektsii_po_chislennym_metodam.html)
8. Омельченко А.В. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики. [Электронный ресурс].- М.: МЦНМО, 2010. - 182 с. –URL:  
[http://www.biblioclub.ru/63290\\_Metody\\_integralnykh\\_preobrazovanii\\_v\\_zadachakh\\_matematicheskoi\\_fiziki.html](http://www.biblioclub.ru/63290_Metody_integralnykh_preobrazovanii_v_zadachakh_matematicheskoi_fiziki.html)

### **Дополнительная литература**

1. Шарма Дж., Сингх К. Уравнения в частных производных для инженеров. М.: Техносфера, 2002, 320 с.
2. Зон Б.А Лекции по интегральным уравнениям. Учебн. Пос. М.: Высш. шк., 2004, 432 с.
3. Кудинов В.А., Аверин Б.В., Стефанюк Е.В. Аналитические методы теплопроводности: Учебн. пос. М.: Высш. шк., 2006, 16 с.
4. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Калашников В.В. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций: Учебн. Пособ. М.: Высш. шк., 2005, 430 с.
5. Бордовский Г.А., Кондратьев А.С., Чоудерн А.Д. Физические основы математического моделирования; Учебн. пос. М.: Академия, 2006, 320 с.
6. Голосков Д.Л. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple: Учебник для вузов, С.-Питербург: ПИТЕР, 2005, 544 с.
7. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. Изд-во МГУ, 2000.
8. Малошевский С.Г. Уравнения математической физики: Учебн. пос. М.: Абевега, 2005, 60 с.

9. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. Изд-во МГУ, 1998.
10. Арсенин В.Я., Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1998.
11. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: Наука, 1972.
12. Абрамовиц В.Я. Справочник по специальным функциям. М.: Наука. 1979.
13. Полянин А.Д. Справочник. Линейные уравнения математической физики. М.: Физ.-мат. лит-ра, 2001.
14. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.
15. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М.: Мир, 1985.
16. Эльсгольц Д.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.:Эдиториал УРСС, 2000.
17. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 1999.
18. Васильев А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 1989.
19. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983.
20. Телегин А.С. Тепломассоперенос. М.: Академкнига, 2005, 455 с.
21. Рашиков В.И. Численные методы решения физических задач: Учебн пос., М.: Лань, 2005, 208 с.
22. Кудинов В.А., Аверин Б.В., Стефанюк Е.В. Аналитические методы теплопроводности: Учебн. Пос. М.: Высш. шк., 2006, 16 с.
23. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Калашников В.В. Аналитические решения задач теплопереноса и термоупругости для многослойных конструкций: Учебн. Пособ. М.: Высш. шк., 2005, 430 с.
24. Бордовский Г.А., Кондратьев А.С., Чоудерн А.Д. Физические основы математического моделирования; Учебн. Пос. М.: Академия, 2006, 320 с.
25. Зельдович Я.Б. Элементы прикладной математики. М.: Лань, 2005, 592 с.
26. Шубин М.А. Математический анализ для решения физических задач. – МЦНМО, 2005. – 244 с.
27. Пикулин В.П. Практический курс по уравнениям математической физики: - МЦНМО, 2005, 208с.
28. Краснопевцев Е. Математические методы физики. Избранные вопросы. Учебник: - НГТУ, 2005, 244 с.
29. Треногин В. Методы математической физики: - РХД, 2005, 164 с.
30. Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям. М.:Физматлит, 2003, 608 с.
31. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001, 576 с.
32. Полянин А.Д. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. Точные решения. М.: Физматлит, 2002, 432 с.
33. Васильева А.В. Интегральные уравнения. М.:Физматлит, 2004, 160 с.
34. Зайцев В.Ф. Справочник по дифференциальным уравнениям с частными производными первого порядка. М.: Физматлит, 2003, 416.
35. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача.: УЗСС, 2005, 192 с.
36. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений.: УРСС, 2005, 120 с.
37. Краснов М. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями.: УРСС, 2005, 192 с.

38. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Учеб. пос. для вузов. М.: Оникс 21 век, 2005, 304÷416 с.
39. Афанасьева В.К., Зимина О.Ф., Кириллов А.И. и др. Высшая математика. Специальные разделы. Решебник. М.: Физматлит., 2003, 400 с.
40. Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. - М.: Высш.шк., 2000. - 190 с. - (Высш.математика). – Библиогр.: с. 188.
41. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов : учеб. для вузов по направлению подготовки дипломированных спец. "Прикладная математика" / Вержбицкий, Валентин Михайлович. - изд.2-е, перераб. - М.
42. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М: Наука, 1982 г.
43. Бицадзе А.В , Калининченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики, М.: Наука, 1985 г.
44. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1975, 127 с.
45. Владимиров В.С., Вашорин А.А., Наргемова Х.Х. Сборник задач по математической физике. М.: Физматлит, 2003, 688 с.
45. Забрейко П.П. и др. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1968 г.
46. Тихонов А.Н. , Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977 г.
47. Сборник задач по математике для вузов. Часть 4. Методы оптимизации Уравнения в частных производных. Интегральные уравнения /Вуколов Э.А., Ефимов А.В., Земсков В.Н. и др. Под ред. Ефимова А.В./ М.: Наука, 1990, 304 с.
9. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Учебн. для вуз. М.: Физматлит, 2003, 400 с.
10. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высш. шк., 2001, 550 с.
11. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М.: Наука, 2000.
12. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М.: Наука, 2000.
13. Зуева Г.А. Методы математической физики. Дифференциальные уравнения в частных производных: Методические указания / ИГХТУ, Иваново, 2005. – 32 с. (№ 940)
14. Зуева Г.А, Кулакова С.В., Малыгин А.А. Педагогические измерительные материалы по математике: Методические указания / ИГХТУ, Иваново, 2008. – 51 с. (№ 534)
15. Зуева Г.А., Малыгин А.А. Тренировочные тесты по прикладной математике: Методические указания / ИГХТУ, Иваново, 2004. – 43 с.
16. Владимиров В.С., Вашарин А.А. Сборник задач по уравнениям математической физики [Электронный ресурс].-М.: Физматлит, 2003. - 148 с.-URL: [http://www.biblioclub.ru/68127\\_Sbornik\\_zadach\\_po\\_uravneniyam\\_matematicheskoi\\_fiziki.html](http://www.biblioclub.ru/68127_Sbornik_zadach_po_uravneniyam_matematicheskoi_fiziki.html).
17. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики [Электронный ресурс].- М.: Физматлит, 2000. - 201 с. .-URL: [http://www.biblioclub.ru/68126\\_Uravneniya\\_matematicheskoi\\_fiziki.html](http://www.biblioclub.ru/68126_Uravneniya_matematicheskoi_fiziki.html).
18. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике [Электронный ресурс]. - М.: Физматлит, 2003. - 347 с. .-URL: [http://www.biblioclub.ru/67912\\_Sbornik\\_zadach\\_po\\_matematicheskoi\\_fizike.html](http://www.biblioclub.ru/67912_Sbornik_zadach_po_matematicheskoi_fizike.html)
19. Пикулин В.П. Погожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. [Электронный ресурс]- М.: МЦНМО, 2004. - 208 с. . –URL:

[http://www.biblioclub.ru/63240\\_Prakticheskii\\_kurs\\_po\\_uravneniyam\\_matematicheskoi\\_fiziki.html](http://www.biblioclub.ru/63240_Prakticheskii_kurs_po_uravneniyam_matematicheskoi_fiziki.html)

## **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий:**

Лекция и семинарские занятия: интерактивная доска, видео проектор, компьютер.  
Тестирование: компьютерный класс.

### **Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:**

Ноутбук, видеопроектор, программные средства: Mathlab, Mathematica, Maple, Statistica

**Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы** образовательный математический сайт «Exponenta.ru»

<http://www.exponenta.ru/educat/free/free.asp>

## **Образовательные технологии и методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

**Чтение лекций** по данной дисциплине проводится традиционно.

*Рекомендуется:* Использование мультимедийных презентаций по ряду тем во время лекций, в том числе и подготовленных студентами в качестве самостоятельной работы.. В течение лекции преподаватель постоянно ведет диалог со студентами, задавая и отвечая на вопросы.

**При проведении практических занятий** преподавателю рекомендуется не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия целесообразно строить следующим образом:

1. Вводная преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены).
2. Беглый опрос.
3. Решение типовых задач у доски.
4. Самостоятельное решение задач.
5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

По результатам решения у доски и самостоятельного решения задач следует выставлять по каждому занятию оценку. Оценка предварительной подготовки студента к практическому занятию может быть сделана путем экспресс-тестирования (например, математический диктант) в течение 5, максимум - 10 минут. Проверку и оценку осуществляют сами студенты с помощью преподавателя. Таким образом, при интенсивной работе можно на каждом занятии каждому студенту поставить, по крайней мере две оценки.

По материалам модуля или раздела целесообразно выдавать студенту домашнее задание и на последнем практическом занятии по разделу или модулю подвести итоги его изучения (например, провести контрольную работу в целом по модулю), обсудить оценки каждого студента, выдать дополнительные задания тем студентам, которые хотят повысить оценку за текущую работу.

*Рекомендуется:* Применение тестового контроля на компьютерах как на практических занятиях, так и во время зачета.

**При организации внеаудиторной самостоятельной работы** по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы;
- подготовка мультимедийных презентаций;
- выполнение домашних заданий разнообразного характера. Это - решение задач; подбор и изучение литературных источников; подбор иллюстративного и описательного материала по отдельным разделам курса в сети Интернет;
- выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и инициативы. Индивидуальное задание может получать как каждый студент, так и часть студентов группы;
- подготовка докладов исследовательского характера для выступления на научной студенческой конференции.

**Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

Всего по текущей работе в семестре студент может набрать 50 баллов, в том числе:

- практические занятия – 24 балла;
- контрольные работы по каждому модулю – всего 18 баллов;
- домашнее задание или реферат – 8 баллов.

1. Комплект заданий для домашней расчетной работы по теме «Уравнение колебаний струны. Уравнение теплопроводности»,
2. Тематика рефератов:
  1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных.
  2. Уравнение диффузии.
  2. Вывод уравнений электрических колебаний в проводках.
  3. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
  4. Приложения интегральных уравнений в математической физике.
  5. Приложения цилиндрических функций в математической физике.
  6. Применение сферических функций в математической физике.
  7. Примеры решения задач математической физики в системе Maple, Matcad.
3. Тематика научной работы студентов:

Применение метода дифференциальных рядов к решению краевых задач теплопроводности.

**Пример теста по дисциплине «Методы математической физики»**

**Вариант 1**

1. Дифференциальным уравнением в частных производных является

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 + y^2} \quad 2. x^2 dx + z^2 = 0 \quad 3. x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

2. Уравнение колебания струны

$$1. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 2. \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 3. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial u}{\partial x}$$

3. Указать дифференциальное уравнение второго порядка

$$1. u^2 + x^2 = 4 \quad 2. u^2 + \frac{\partial u}{\partial x} = x^2 \quad 3. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

4. Какие условия для функции  $u(x, t)$  являются начальными

$$1. u(l; t) = f(t) \quad 2. u(x, 0) = f(x) \quad 3. \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = f(t)$$

5. Найти функцию  $u(x, y)$ , удовлетворяющую уравнению  $\frac{\partial u}{\partial y} = 3$

$$1. u(x, y) = 3y + \varphi(x) \quad 2. u(x, y) = 3x + \varphi(y) \quad 3. u(x, y) = 3y + C$$

6. Согласно методу Фурье решение дифференциального уравнения теплопроводности находят в виде

$$1. u(x, t) = \frac{X(x)}{T(t)} \quad 2. u(x, t) = X(x)T(t) \quad 3. u(x, t) = xt$$

7. Решить задачу о собственных значениях (задачу Штурма-Лиувилля)

$$x'' + \lambda x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(l) = 0$$

$$1. X(x) = A \cos \sqrt{\lambda} x + B \sin \sqrt{\lambda} x$$

$$2. X(x) = A + B e^{-\sqrt{\lambda} x}$$

$$3. \lambda_n = \frac{\pi^2 n^2}{l^2}, \quad X_n(x) = B \sin \frac{\pi n}{l} x, \quad n = 1, 2, \dots$$

8. Уравнение теплопроводности для стационарного случая

$$1. \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 2. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad 3. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

9. Уравнение гиперболического типа

$$1. u_{xx} - u_{yy} = F$$

$$2. u_{xx} + u_{yy} = F$$

$$3. u_{xx} = F$$

### Вариант 2

1. Собственными значениями задачи Штурма-Лиувилля  $y'' + \lambda y = 0$ ,  $y(0) = y(\pi) = 0$  являются

$$1) n^2 \quad 2) n \quad 3) \pi n \quad 4) \left( n + \frac{1}{2} \right)^2$$

2. Решением краевой задачи  $y'' + y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(\pi) = 0$  является

1)  $\cos(x)$  2)  $\sin(x)$  3)  $-\cos(x)$  4)  $-\sin(x)$ .

3. Решение начально-краевой задачи

$$U_{tt} = U_{xx},$$

$$U(0, t) = U(1, t) = 0,$$

$$U(x, 0) = x(1-x),$$

$$U_t(x, 0) = 0$$

имеет вид

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} C_n \sin(\pi nx) \cos(\pi nt)$$

$$2) \sum_{n=1}^{+\infty} C_n \sin(\pi nx) \sin(\pi nt)$$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} C_n \cos(\pi nx) \cos(\pi nt)$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} C_n \cos(\pi nx) \sin(\pi nt).$$