

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Воронежский государственный педагогический университет»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе \_\_\_\_\_ Г.П. Иванова

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

*Математическая логика и теория алгоритмов*

**Уровень основной образовательной программы:** *бакалавриат*

|                               |                                                       |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------|
| <b>Направление подготовки</b> | <i>050100.62 Педагогическое образование</i>           |
| <b>Профиль</b>                | <i>Математика. Информатика</i>                        |
| <b>Форма обучения</b>         | <i>заочная</i>                                        |
| <b>Срок освоения ООП</b>      | <i>5,5 лет</i>                                        |
| <b>Факультет</b>              | <i>физико-математический</i>                          |
| <b>Кафедра</b>                | <i>Информатики и методики преподавания математики</i> |

**Разработчики:**

Доцент кафедры информатики и МПМ  
Профессор кафедры информатики и МПМ

Р.Х. Вахитов  
А.С. Потапов

Начальник учебно-методического управления \_\_\_\_\_ (Т.В. Майзель)

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена на заседании кафедры  
*информатики и методики преподавания математики*  
от «**31**» августа 20**11** г. Протокол № **1**

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ (А.С. Потапов)

**г. Воронеж – 2011 г.**

**Лист переутверждения рабочей программы учебной дисциплины**

Рабочая программа:

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры

от “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры

от “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры

от “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры

от “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 20\_\_/20\_\_ учебный год. Протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры

от “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ведущий преподаватель \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов»:

- формирование систематизированных знаний в области математической логики и теории алгоритмов, являющейся фундаментальным основанием, как материальной части компьютера, так и его программного обеспечения;
- усвоение студентами основных фактов математической логики и теории алгоритмов, овладение методами решения математических задач при помощи компьютерных систем (математических пакетов);
- повышение познавательного интереса к изучению компьютерной алгебры, используя активные методы и современные технические средства обучения;
- развитие самостоятельности, элементов поисковой деятельности, творческого подхода к решению задач;
- формирование умений и навыков обобщения информации, выделения главного в изученном материале, построения сообщения, умения высказывать предположения, объяснять и обосновывать их, выдвигать проблемы и переформулировать задачи.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **компетенции**:

- готов применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов (СК-8);
- способен использовать математический аппарат, методологию программирования и современные компьютерные технологии для решения практических задач получения, хранения, обработки и передачи информации (СК-9).

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

2.1. Учебная дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» (БЗ.В.ОД.3) относится к обязательным дисциплинам вариативной части профессионального цикла.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: *алгебра и геометрия, математический анализ и дифференциальные уравнения, дискретная математика, языки и методы программирования, теоретические основы информатики.*

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: *ИКТ в образовании, методы и средства защиты информации, исследование операций и методы оптимизации.*

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. В результате изучения учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» студенты овладевают следующими знаниями, умениями и навыками:

### Знания:

- логику высказываний и логику предикатов;
- исчисления высказываний, предикатов и теории первого порядка;
- интуитивное понятие алгоритма и вычислимой функции, их уточнения в – частично рекурсивные функции, машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова и машины с неограниченными регистрами;
- основные понятия теории сложности алгоритмов.

### Умения:

- применять законы логики к решению задач;
- применять методы математической логики и теории алгоритмов на практике;

- использовать основные методы вычисления сложности алгоритмов;

*Навыки:*

- применения математической логики и теории алгоритмов для анализа и синтеза информационных систем и процессов;
- булевых, теоретико-множественных, алгоритмических преобразований;
- владения представлением о связи со школьным курсом математики и информатики.

3.2. Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

*СК-8 готов применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов*

| Структура компетенции                                                                                                         | Основные признаки уровня                                                                     |                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                               | Базовый уровень                                                                              | Повышенный уровень                                                                                          |
| Знает логику высказываний и логику предикатов, исчисления высказываний, предикатов и теории первого порядка                   | знать алгебру логики высказываний                                                            | знать исчисления логики высказываний                                                                        |
|                                                                                                                               | знать тавтологии, логического следствия, равносильности формул                               | знать истинностные функции, представления одних связей через другие                                         |
|                                                                                                                               | знать релейно-контактные схемы                                                               | знать полные системы связей                                                                                 |
| Умеет применять законы логики к решению задач                                                                                 | уметь преобразовывать формулы алгебры логики высказываний                                    | уметь применять законы алгебры Буля для приведения формул к дизъюнктивным и конъюнктивным нормальным формам |
|                                                                                                                               | уметь доказывать тавтологии и равносильность формул                                          | уметь доказывать теоремы в исчислениях высказываний                                                         |
|                                                                                                                               | уметь применять полную и укороченную таблицы истинности                                      | уметь доказывать теоремы о свойствах исчисления высказываний (непротиворечивость, полнота, независимость)   |
| Владеет навыками применения математической логики и теории алгоритмов для анализа и синтеза информационных систем и процессов | владеть методами доказательства логических законов                                           | владеть алгеброй Жегалкина                                                                                  |
|                                                                                                                               | владеть методами записи предложений на языке логики высказываний                             | владеть теорией булевых колец и булевых алгебр                                                              |
|                                                                                                                               | владеть знаниями логики высказываний для анализа и синтеза информационных систем и процессов | владеть многозначной логикой                                                                                |

*СК-9 способен использовать математический аппарат, методологию программирования и современные компьютерные технологии для решения практических задач получения, хранения, обработки и передачи информации*

| Структура компетенции                                                                                                                                                                        | Основные признаки уровня                                                                                                               |                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                              | Базовый уровень                                                                                                                        | Повышенный уровень                                                                                 |
| Знает интуитивное понятие алгоритма и вычислимой функции, их уточнения в – частично рекурсивные функции, машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова и машины с неограниченными регистрами | знать законы логики предикатов                                                                                                         | знать свойства исчислений предикатов и теорий первого порядка                                      |
|                                                                                                                                                                                              | знать языки и теории первого порядка с равенством                                                                                      | знать мощность теорий, категоричные теории                                                         |
|                                                                                                                                                                                              | знать интерпретации и модели теории первого порядка с равенством                                                                       | знать теорию множеств Цермело-Френкеля                                                             |
| Умеет применять методы математической логики и теории алгоритмов на практике                                                                                                                 | уметь преобразовывать формулы алгебры логики предикатов                                                                                | уметь доказывать теоремы в исчислениях предикатов                                                  |
|                                                                                                                                                                                              | уметь доказывать логически общезначимые формулы логики предикатов                                                                      | уметь доказывать теоремы о свойствах исчислений предикатов                                         |
|                                                                                                                                                                                              | уметь записывать математические предложения на языке логики предикатов                                                                 | уметь применять теоремы и правила вывода теорий первого порядка при изучении математических теорий |
| Владеет навыками булевых, теоретико-множественных, алгоритмических преобразований                                                                                                            | владеть методами построения интерпретаций и моделей теорий, проверки истинности формул в интерпретациях и теориях                      | владеть теоретико-множественной терминологией при построении моделей теорий первого порядка        |
|                                                                                                                                                                                              | владеть знаниями математической логики, используемыми в методологии программирования и современных компьютерных технологиях            | владеть методами доказательства теорем в элементарных теориях                                      |
|                                                                                                                                                                                              | владеть математическим аппаратом логики предикатов для решения практических задач получения, хранения, обработки и передачи информации | владеть методами построения моделей элементарных теорий                                            |

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

| Вид учебной работы                      |             | Всего часов            |
|-----------------------------------------|-------------|------------------------|
| Аудиторные занятия (всего)              |             | 24                     |
| В том числе:                            |             | -                      |
| Лекции (Л)                              |             | 6 (4сем.) 4 (5сем.)    |
| Практические занятия (ПЗ), Семинары (С) |             | 10 (4сем.) 4 (5сем.)   |
| Лабораторные работы (ЛР)                |             |                        |
| Самостоятельная работа студента (СРС)   |             | 160 (4сем.) 19 (5сем.) |
| СРС в период промежуточной аттестации   |             | 4 (4сем.) 9 (5сем.)    |
| Вид промежуточной аттестации            | зачет (З)   | 4 семестр              |
|                                         | экзамен (Э) | 5 семестр              |
| ИТОГО: Общая трудоемкость               | часов       | 216                    |
|                                         | зач. ед.    | 6                      |

##### 4.2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

###### 4.2.1. Разделы дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

| №<br>п/п | Наименование раздела учебной дисциплины   | Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов (в часах) |    |    |     |       | Форма текущего контроля |
|----------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|----|----|-----|-------|-------------------------|
|          |                                           | Л                                                                             | ЛР | ПЗ | СРС | всего |                         |
| 1        | Логика высказываний                       | 4                                                                             |    | 6  | 60  | 70    | КР                      |
| 2        | Логика предикатов                         | 2                                                                             |    | 4  | 40  | 46    | тест                    |
| 3        | Алгоритмы и рекурсивные функции           | 2                                                                             |    | 2  | 60  | 64    | КР                      |
| 4        | Теория вычислимости. Сложность алгоритмов | 2                                                                             |    | 2  | 19  | 23    | тест                    |

###### 4.2.2. Содержание разделов учебной дисциплины

| №<br>п/п | Наименование раздела учебной дисциплины (модуля) | Содержание раздела в дидактических единицах                                                                                                                                                                     |
|----------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Логика высказываний                              | Алгебра высказываний. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы. Применения булевых законов к релейно-контактным схемам. Исчисление высказываний (ИВ). Свойства ИВ: непротиворечивость, полнота, независимость |
| 2        | Логика предикатов                                | Формулы логики предикатов и перевод математических предложений на язык формул. Языки и теории первого порядка. Интерпретации и модели. Общезначимые и истинные в теории формул                                  |

|   |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                           | лы. Теоремы в теориях первого порядка. Свойства теорий первого порядка: непротиворечивость, полнота, категоричность                                                                                                                                                            |
| 3 | Алгоритмы и рекурсивные функции           | Интуитивное понятие алгоритма и вычислимой функции. Разрешимые и перечислимые предикаты (отношения). Частично и примитивно рекурсивные функции. Машины Тьюринга. Функции, вычислимые по Тьюрингу. Другие уточнения алгоритма: нормальные алгорифмы Маркова, регистровые машины |
| 4 | Теория вычислимости. Сложность алгоритмов | Нумерации. Универсальные функции. s-m-n-теорема. Невычислимые функции. Неразрешимые проблемы. Теорема о неподвижной точке. Меры сложности алгоритмов. Классы P и NP                                                                                                            |

#### 4.2.3. Образовательные технологии

| № п/п | Наименование раздела учебной дисциплины   | Образовательные технологии                                                                                                                  |
|-------|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Логика высказываний                       | Лекции: вводная лекция, проблемная лекция. Практические занятия: занятие-практикум, семинар исследовательского типа                         |
| 2     | Логика предикатов                         | Лекции: вводная лекция, проблемная лекция. Практические занятия: занятие-практикум, семинар исследовательского типа.                        |
| 3     | Алгоритмы и рекурсивные функции           | Лекции: лекция-информация, проблемная лекция, тематический зачет. Практические занятия: занятие-практикум, семинар исследовательского типа. |
| 4     | Теория вычислимости. Сложность алгоритмов | Лекции: вводная лекция, проблемная лекция. Практические занятия: занятие-практикум, семинар исследовательского типа.                        |

\_\_\_\_\_ 25 % - интерактивных занятий от объема аудиторных занятий

#### 4.2.5. Примерная тематика курсовых работ

1. Булевы алгебры и булевы кольца
2. Специальные классы булевых функций
3. Применение булевой алгебры к релейно-контактным схемам
4. Применение булевой алгебры к распознаванию образов
5. Применение системы Mathematica к решению задач математической логики
6. Применение системы Mathematica к решению задач теории алгоритмов
7. Теория частично рекурсивных функций
8. Теория функций, вычислимых по Тьюрингу
9. Теория функций, вычислимых машиной с неограниченными регистрами
10. Теория функций, вычислимых по Маркову

### 4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

#### 4.3.1. Планирование СРС

| № п/п | Наименование раздела учебной дисциплины      | Виды СРС                                            | Всего часов |
|-------|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------|
| 1     | Логика высказываний                          | Разработка тестовых заданий.                        | 60          |
| 2     | Логика предикатов                            | Подготовка доклада.                                 | 40          |
| 3     | Алгоритмы и рекурсивные функции              | Подготовка доклада.<br>Разработка тестовых заданий. | 60          |
| 4     | Теория вычислимости.<br>Сложность алгоритмов | Разработка тестовых заданий.                        | 19          |
|       | <b>ИТОГО:</b>                                |                                                     | <b>179</b>  |

**Обязательные задания для СРС по всем разделам дисциплины:**

- подготовка к лекциям и лабораторным работам;
- поиск теоретического и иллюстративного материала в сети Интернет;
- выполнение индивидуальных заданий.

### 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 5.1. Текущий контроль

В ходе текущего контроля оцениваются достижения студентов в процессе освоения дисциплины. Текущий контроль осуществляется с использованием накопительной балльно-рейтинговой системы и включает оценку самостоятельной (внеаудиторной) и аудиторной работы (в том числе рубежный контроль). В качестве оценочных средств используются:

- различные виды устного и письменного контроля (отчет по лабораторной работе, выступление с докладом, эссе и т.д.);
- компьютерное и/или бланочное тестирование;
- индивидуальные и/или групповые домашние задания, творческие работы, проекты, презентации, портфолио и т.д.;
- контрольные лабораторные работы.

#### 5.2. Промежуточная аттестация по дисциплине

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине предполагает зачет, который выставляется в соответствии с «Положением о балльно-рейтинговой системе ВГПУ».

**Вопросы для подготовки к зачету**

1. Высказывания. Операции над высказываниями
2. Пропозициональные формулы. Таблицы истинности
3. Тавтологии, противоречия. Способы доказательства тавтологий
4. Равносильные формулы. Способы доказательства эквивалентностей
5. Законы алгебры высказываний.
6. Логическое следствие. Способы доказательства следствий
7. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы



8. Совершенные конъюнктивные нормальные формы
9. Применения булевых законов к релейно-контактным схемам
10. Полные системы связей
11. Формулы и теоремы исчисления высказываний
12. Непротиворечивость исчисления высказываний
13. Полнота исчисления высказываний
14. Независимость аксиом исчисления высказываний
15. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные
16. Свойства кванторов существования и всеобщности
17. Язык и теория первого порядка
18. Теоремы в теориях первого порядка
19. Интерпретации языка (теории) первого порядка
20. Истинность формул в интерпретации
21. Модели теорий. Истинность формул в теории
22. Логически общезначимые формулы
23. Непротиворечивость теорий
24. Полнота теорий в широком и узком смысле. Теоремы Геделя о полноте
25. Формальная арифметика. Теоремы Геделя о неполноте
26. Разрешимость теорий
27. Категоричность теорий

### *Вопросы для подготовки к экзамену*

1. Интуитивное определение алгоритма и вычислимой функции
2. Частично и примитивно рекурсивные функции
3. Подробное определение оператора подстановки, примеры применения
4. Подробное определение оператора примитивной рекурсии, примеры применения
5. Подробное определение оператора минимизации, примеры применения
6. Построение одноместных функций с помощью оператора примитивной рекурсии
7. Построение двухместных функций с помощью оператора примитивной рекурсии
8. Вычислимость рекурсивных функций. Тезис Черча
9. Неравенство классов частично и примитивно рекурсивных функций. Функция Аккермана
10. Машины Тьюринга. Команды в виде четверок и в виде пятерок
11. Функции, вычислимые по Тьюрингу. Тезис Тьюринга
12. Одноместные функции, вычислимые по Тьюрингу
13. Двухместные функции, вычислимые по Тьюрингу
14. Равенство классов функций, частично рекурсивных и вычислимых по Тьюрингу
15. Машины с неограниченными регистрами
16. Нормальные алгорифмы Маркова
17. Нумерация множества упорядоченных пар натуральных чисел
18. Нумерация машин Тьюринга и вычислимых функций
19. Существование функции, невычислимой по Тьюрингу
20. Разрешимые и рекурсивные отношения: определение и примеры
21. Свойства дополнения, объединения и пересечения разрешимых функций
22. Неразрешимость проблемы остановки (для машин Тьюринга)
23. Универсальные функции. Универсальная машина Тьюринга
24. Теоремы об универсальных функциях
25. s-m-n-теорема, или теорема о параметризации
26. Неразрешимость проблемы остановки (для частично рекурсивных функций)
27. Сводимость проблем. Неразрешимость проблемы « $f$  всюду определено»
28. Неразрешимость проблем « $f=0$ » и « $f=g$ »

29. Рекурсивно перечислимые функции
30. Меры сложности алгоритмов
31. Классы P и NP

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Основная литература**

1. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Либроком, 2010. – 320 с.
2. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – СПб.: Лань, 2004. – 336 с.
3. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Академия, 2008. – 448 с.
4. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. – М.: Академия, 2007. – 304 с.
5. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Инфра-М, 2008. – 224 с.

### **6.2. Дополнительная литература**

1. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М. Наука, 1986. – 368 с.
2. Новиков П.С. Элементы математической логики. – М.: Наука, 1973. – 400 с.
3. Шенфилд Дж. Математическая логика. – М.: Наука, 1975. – 527 с.
4. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М.: Мир, 1983. – 256 с.
5. Мирзоев В.Н. Теория алгоритмов (теория вычислимых функций). – Воронеж, 2004. – 74 с.

### **6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

1. ПО для лабораторных работ: компьютерная система Mathematica.
2. Лаборатория математической логики. – [logic.pdmi.ras.ru](http://logic.pdmi.ras.ru).
3. Машина Тьюринга 1.1 (симулятор машины Тьюринга). – [www.loonies.narod.ru/tmr.htm](http://www.loonies.narod.ru/tmr.htm).
4. Электронные библиотеки по математике.э – [www.4tivo.com/education/](http://www.4tivo.com/education/); [www.matburo.ru/literat.php](http://www.matburo.ru/literat.php); [www.plib.ru](http://www.plib.ru); <http://nehudlit.ru>; [www.gaudeamus.omskcity.com](http://www.gaudeamus.omskcity.com); [www.alleng.ru](http://www.alleng.ru); [www.symplex.ru](http://www.symplex.ru); [www.math.ru](http://www.math.ru).

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **7.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий:**

Лекционные аудитории и компьютерные классы для проведения лабораторных работ должны быть оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения интерактивных занятий.

### **7.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:**

**РМП:** Мультимедийное оборудование (ноутбук, или компьютер, с аудиоколонками, видеопроектор, интерактивный экран).

**РМО:** компьютеры, подключенные к сети Интернет. Необходимо наличие общедоступного сетевого диска для обмена информацией.