Чулюков В.А.

МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММ (АЛГОРИТМЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ)

ЧАСТЬ 3

СОРТИРОВКИ

Воронеж - 2015

Лекция № 2.

ТЕМА: **Усовершенствованные методы сортировки массивов**

Основные вопросы, рассматриваемые на лекции:

1. Сортировка включениями с убывающим приращением (сортировка Шелла).
2. Пирамидальная сортировка.
3. Сортировка с разделением (быстрая сортировка).
4. Сравнение методов сортировки.

Краткое содержание лекционного материала

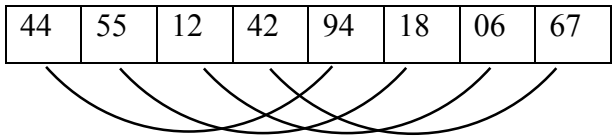
Сортировка с помощью включений с убывающим приращением

В 1959 г. Д.Шеллом было предложено усовершенствование сортировки с помощью прямого включения. Метод демонстрируется в таблице 2.1.Сначала отдельно группируются и сортируются элементы, отстоящие друг от друга на расстоянии 4 позиции. Такой процесс называется 4-сортировкой. Рассмотрим пример из 8 элементов, где каждая группа состоит точно из двух элементов. После первого прохода элементы перегруппировываются - теперь каждый элемент группы отстоит от другого на две позиции - и вновь сортируются. Это называется 2-сортировкой. И, наконец, на третьем проходе идет обычная или 1-сортировка.

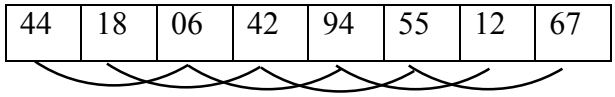
На первый взгляд можно засомневаться: если необходимо несколько проходов сортировки, причем в каждый включаются все элементы, то не добавят ли они больше работы, чем сэкономят? Однако на каждом этапе либо сортируется относительно мало элементов, либо элементы уже довольно хорошо упорядочены и требуется сравнительно немного перестановок.

Ясно, что такой метод в результате дает упорядоченный массив, и, конечно же, сразу видно, что каждый проход от предыдущего только выигрывает (так как каждая *i*-сортировка объединяет две группы, уже отсортированные *2i*-сортировкой). Так же очевидно, что расстояния в группах можно уменьшать по-разному, лишь бы последнее было единичным, ведь в самом плохом случае последний проход и сделает последнюю работу. Однако совсем не очевидно, что такой прием «уменьшающихся расстояний» может дать лучшие результаты, если расстояния не будут степенями двойки. Поэтому приводимая программа не ориентирована на некую определенную последовательность расстояний.

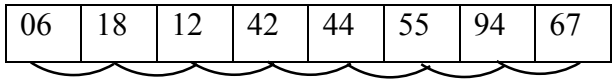
Таблица 2.1.Сортировка с помощью включений с убывающими приращениями



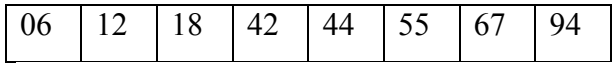
4-сортировка:



2-сортировка:



1-сортировка:



Все t приращений обозначаются соответственно $h_1,...,h_t$, для них выполняются условия:

$$h_t = 1,\ h_{i+1} < h_i$$

Каждая h-сортировка программируется как сортировка с помощью прямого включения. Причем простота условия окончания поиска места для включения обеспечивается методом барьеров. Ясно, что каждая из сортировок нуждается в постановке своего собственного барьера и программу для определения его местоположения необходимо делать насколько возможно простой. Поэтому приходится расширять массив не только на одну-единственную компоненту $a[0]$, а на h_1 компонент. Его описание теперь выглядит так:

```
a: ARRAY[-h1..n] OF item
```

Сам алгоритм для t = 4 описывается процедурой Shellsort в программе 2.1.

```
PROCEDURE ShellSort;
CONST t = 4;
 VAR i, j, k, s: index; x: item; m:1..t;
        h: ARRAY[1..t] OF INTEGER;
BEGIN h[1]:=9; h[2]:=5; h[3]:=3; h[4]:=1;
        FOR m:=1 TO t DO
        BEGIN k:=h[m]; s:= -k; {место барьера}
                FOR i: = k+1 TO n DO
```

```
                BEGIN x:=a[i] ; j:=i-k;
                        IF s=0 THEN s: = -k; s:=s+1; a[s]:=x;
                        WHILE x.key<a[j].key DO
                        BEGIN  a [j +k]:=a[j]; j: =j-k
                        END;
                        a[j +k]:=x
                END
        END
END;
```

Программа 2.1. Сортировка Шелла

Анализ сортировки Шелла. Анализ этого алгоритма поставил несколько весьма трудных математических проблем, многие из которых так еще и не решены. В частности, не известно, какие приращения дают наилучшие результаты. Но вот удивительный факт: они не должны быть кратны друг другу. Это позволяет избежать явления уже очевидного из приведенного выше примера, когда при каждом проходе взаимодействуют две цепочки, которые до этого нигде еще не пересекались. И действительно, желательно, чтобы взаимодействие различных цепочек проходило как можно чаще. Справедлива такая теорема: если k - рассортированная последовательность i-сортируется, то она остается k - рассортированной. В своей работе Кнут показывает, что имеет смысл использовать такую последовательность (она записана в обратном порядке):1, 4, 13, 40, 121,…, где $h_{k-1}= 3h_k+1$, $h_t= 1$ и $t=[\log_3 n]-1$. Он рекомендует и другую последовательность: 1, 3, 7, 15, 31, …, где $h_{k-1}= 2h_k+1$, $h_t= 1$ и $t=[\log_2 n]-1$.Математический анализ показывает, что в последнем случае для сортировки n элементов методом Шелла затраты пропорциональны n. Хотя это число значительно лучше n^2, тем не менее, мы не ориентируемся в дальнейшем на этот метод, поскольку существуют еще лучшие алгоритмы.

Пирамидальная сортировка

Метод сортировки с помощью прямого выбора основан на повторяющихся поисках наименьшего ключа среди n элементов, среди оставшихся n - 1 элементов и так далее. Обнаружение наименьшего среди n элементов требует — это очевидно — n - 1 сравнения, среди n - 1 уже нужно n - 2 сравнений и так далее. Как же в таком случае можно усовершенствовать упомянутый метод сортировки? Этого можно добиться, только оставляя после каждого прохода больше информации, чем просто идентификация единственного минимального элемента. Например, сделав $n/2$ сравнений, можно определить в каждой паре ключей меньший. С помощью $n/4$ сравнений — меньший из пары уже выбранных меньших и т. д. Проделав n - 1 сравнений, мы можем построить дерево выбора, вроде представленного на рис. 2.2 и идентифицировать его корень как нужный нам наименьший ключ.

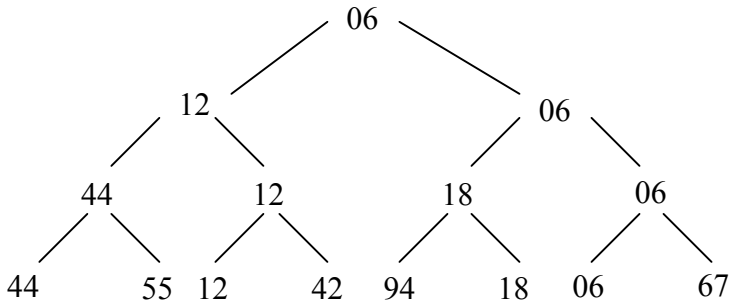


Рис. 2.2. Повторяющиеся выборы среди двух ключей

Второй этап сортировки — спуск вдоль пути, отмеченного наименьшим элементом, и исключение его из дерева путем замены на пустой элемент (дырку) (рис. 2.3). Элемент, передвинувшийся в корень дерева (рис.2.4.), вновь будет наименьшим (теперь уже вторым) ключом, и его можно исключить. После n таких шагов дерево станет пустым (т. е. в нем останутся только дырки), и процесс сортировки заканчивается. Обратите внимание — на каждом из *n* шагов выбора требуется только log *n* сравнений. Поэтому на весь процесс понадобится порядка *n* * log *n* элементарных операций плюс еще *n* шагов на построение дерева. Это весьма существенное улучшение не только прямого метода, требующего n^2 шагов, но и даже метода Шелла, где нужно 1.2*n* шагов. Естественно, сохранение дополнительной информации делает задачу более изощренной, поэтому в сортировке по дереву каждый отдельный шаг усложняется. Ведь, в конце концов, для сохранения избыточной информации, получаемой при начальном проходе, создается некоторая древообразная структура. Наша следующая задача — найти приемы эффективной организации этой информации.

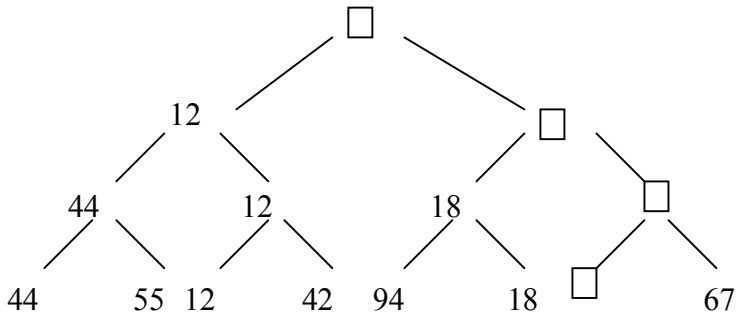


Рис. 2.3. Выбор наименьшего ключа.

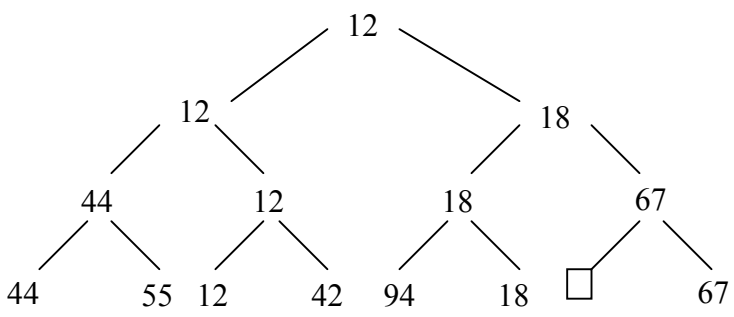


Рис.2.4.Заполнение дырок.

Конечно, хотелось бы, в частности, избавиться от дырок, которыми в конечном итоге будет заполнено все дерево, и которые порождают много ненужных сравнений. Кроме того, надо было бы поискать такое представление дерева из n элементов, которое требует лишь n единиц памяти, а не $2n$ - 1, как это было раньше. Этих целей действительно удалось добиться в методе пирамидальная сортировка, изобретенном Д.Уилльямсом, где было получено, очевидно, существенное улучшение традиционных сортировок с помощью деревьев. Пирамида определяется как последовательность ключей $h_l, h_l+1,...,h_r$, такая, что

$h_i <= h_{2i}$ и $h_i <= h_{2i+1}$, для $i = l,..., r/2$.

Если любое двоичное дерево рассматривать как массив по схеме на рис. 2.6, то можно говорить, что деревья сортировок на рис. 2.7 и 2.8 суть пирамиды, а элемент h_1, в частности, их наименьший элемент: $h_1 = \min(h_1,h_2,..., h_n)$.

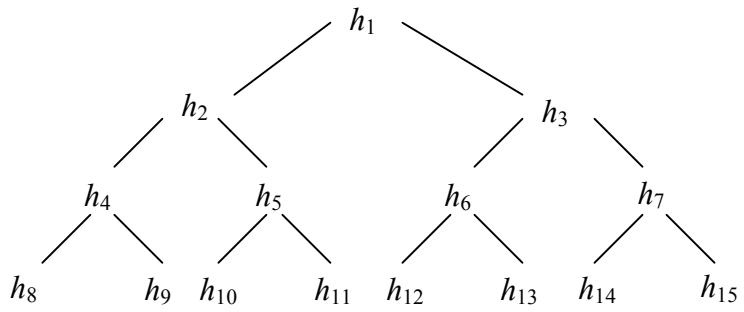


Рис. 2.6. Массив h, представленный в виде двоичного дерева

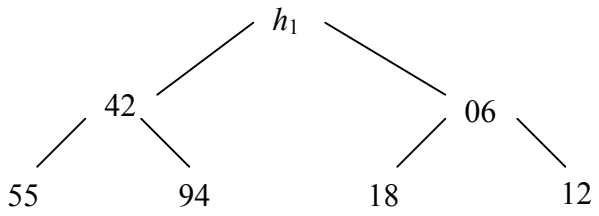


Рис. 2.7. Пирамида из семи элементов.

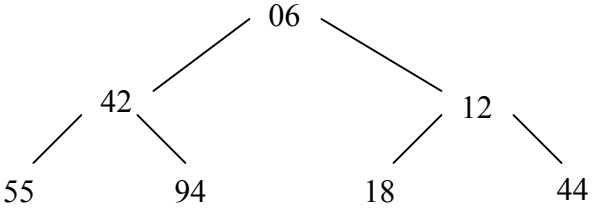


Рис. 2.8.Просеивание ключа 44 через пирамиду.

Предположим, есть некоторая пирамида с заданными элементами $h_{l+1},.., h_r$ для некоторых значений l и r и нужно добавить новый элемент x, образуя расширенную пирамиду $h_l ,..., h_r$. Возьмем, например, в качестве исходной пирамиду $h_1, ...,h_7$, (показанную на рис. 2.7) и добавим к ней слева элемент h_1 = 44. Новая пирамида

получается так: сначала x ставится наверх древовидной структуры, а затем он постепенно опускается вниз, каждый раз по направлению наименьшего из двух примыкающих к нему элементов, а сам этот элемент передвигается вверх. В приведенном примере значение 44 сначала меняется местами с 06, затем с 12, и в результате образуется дерево, представленное на рис. 2.8. Теперь мы сформулируем тот сдвигающий алгоритм так: i, j — пара индексов, фиксирующих элементы, меняющиеся на каждом шаге местами. Остается лишь убедиться самому, что предложенный метод сдвигов действительно сохраняет неизменными условия, определяющие пирамиду.

Р.Флойдом был предложен некий "лаконичный" способ по строения пирамиды «на том же месте». Его процедура сдвига представлена как программа 2.2. Здесь $h_1 \ldots h_n$ — некий массив, причем $h_{n/2+1} \ldots h_n$ уже образуют пирамиду, поскольку индексов i, j, удовлетворяющих отношениям $j = 2i$ (или $j = 2i + 1$), просто не существует. Эти элементы образуют как бы нижний слой соответствующего двоичного дерева (рис. 2.6), для них никакой упорядоченности не требуется. Теперь пирамида расширяется влево: каждый раз добавляется и сдвигами ставится в надлежащую позицию новый элемент. Табл. 2.2 иллюстрирует весь тот процесс, а получающаяся пирамида была показана на рис.2.5

```
PROCEDURE sift(l,r: index);
LABEL 13;
VAR i, j: index; x:item;
BEGIN i := l; j := 2*i; x := a[i];
        WHILE (j<=r) do
        BEGIN IF j < r  THEN
                        IF a[j].key > a[j+1].key then j := j+1;
                IF x.key <= a[j].key then goto 13;
                a[i]:=a[j]; i:=j; j:=2*j;
         END;
13: a[i]:=x
END;
```

Программа 2.2. *Sift*

Следовательно, процесс формирования пирамиды из n элементов $h_1,\ldots, h_n$ на том же самом месте описывается так:

```
l := (n DIV 2) + 1;
WHILE  l > 1 DO
 BEGIN l := l-1; sift(l, n) END
```

Таблица 2.2.Построение пирамиды.

h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	
44	55	12	42	94	18	06	67	Для h5 нет h10 и h11. Т.е. h5,h6,h7,h8 - нижний слой пирамиды
44	55	12	42	94	18	06	67	Добавляем элемент h4=42. h4<h8. Пирамида не рушится
44	55	12	42	94	18	06	67	Добавляем элемент h3=12. h3<h6, но h3>h7. Пирамида нарушена. Меняем местами h3 и h7
44	55	06	42	94	18	12	67	Пирамида восстановлена
44	55	06	42	94	18	12	67	Добавляем h2=55. h2>h4. Пирамида нарушена. Меняем местами h2 и h4
44	42	06	55	94	18	12	67	Пирамида восстановлена
44	42	06	55	94	18	12	67	Добавляем h1. h1>h2 и h1>h3. Пирамида нарушена. H1 меняем с наименьшим h3
06	42	44	55	94	18	12	67	h3 > h6 и h3>h7. Пирамида нарушена. Меняем местами h3 с наименьшим
06	42	12	55	94	18	44	67	Пирамида построена. На вершине - наименьший элемент.

Для того чтобы получить не только частичную, но и полную упорядоченность среди элементов, нужно проделать *n* сдвигающих шагов, причем после каждого шага на вершину дерева выталкивается очередной (наименьший) элемент. И вновь возникает вопрос: где хранить "всплывающие" верхние элементы и можно или нельзя проводить обращение на том же месте? Существует, конечно, такой выход: каждый раз брать последнюю компоненту пирамиды (скажем, это будет *x*), прятать верхний элемент пирамиды в освободившемся теперь месте, а *x* сдвигать в нужное место. В табл. 2.3 приведены необходимые в этом случае *n* - 1 шагов.

Сам процесс описывается с помощью процедуры sift (программа 2.2) таким образом:

```
r := n;
WHILE r > 1 DO
        BEGIN x :=a[1]; a[1]:=a[r]; a[r]:=x;
        r: = r- 1; sift (1,r)
END
```

Пример из табл. 2.3 показывает, что получающийся порядок фактически является обратным. Однако это можно легко исправить, изменив направление "упорядочивающего отношения" в процедуре sift. В конце концов, получаем процедуру HeapSort (программа 2.3).

Таблица 2.3. Пример процесса сортировки с помощью Heapsort.

h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8		
06	42	12	55	94	18	44	67	Меняем местами первый и последний элементы	Проход 1
67	42	12	55	94	18	44	06	Пирамида с h1 по h7 нарушена: h1>h2 и h1>h3. Меняем местами h1 и h3	
12	42	67	55	94	18	44	06	Пирамида с h1 по h7 нарушена: h3>h6 и h3>h7. Меняем местами h3 и h6	
12	42	18	55	94	67	44	06	Пирамида h1...h7 восстановлена. В вершине - наименьший элемент	
12	42	18	55	94	67	44	06	Меняем местами первый и последний элементы пирамиды h1...h7	Проход 2
44	42	18	55	94	67	12	06	Пирамида h1...h6 нарушена. h1>h2 и h1>h3. Меняем местами h1 и h3	
18	42	44	55	94	67	12	06	Пирамида h1...h6 восстановлена. В вершине - наименьший элемент	
18	42	44	55	94	67	12	06	Меняем местами первый и последний элементы пирамиды h1...h6	Проход 3
67	42	44	55	94	18	12	06	Пирамида h1...h5 нарушена. h1>h2 и h1>h3. Меняем местами h1 и h2	
42	67	44	55	94	18	12	06	Пирамида h1...h5 нарушена. h2>h4. Меняем местами h2 и h4	
42	55	44	67	94	18	12	06	Пирамида h1...h5 восстановлена. В вершине - наименьший элемент	
42	55	44	67	94	18	12	06	Меняем местами первый и последний элементы пирамиды h1...h5	Проход 4
94	55	44	67	42	18	12	06	Пирамида h1...h4 нарушена. h1>h2 и h1>h3. Меняем местами h1 и h3	
44	55	94	67	42	18	12	06	Пирамида h1...h4 восстановлена. В вершине - наименьший элемент	
44	55	94	67	42	18	12	06	Меняем местами первый и последний элементы пирамиды h1...h4	Проход 5
67	55	94	44	42	18	12	06	Пирамида h1...h3 нарушена. h1>h2. Меняем местами h1 и h2	
55	67	94	44	42	18	12	06	Пирамида h1...h3 восстановлена. В вершине - наименьший элемент	
55	67	94	44	42	18	12	06	Меняем местами первый и последний элементы пирамиды h1...h3	Проход 6
94	67	55	44	42	18	12	06	Пирамида h1...h2 нарушена. h1>h2. Меняем местами h1 и h2	
67	94	55	44	42	18	12	06	Пирамида h1...h2 восстановлена. В вершине - наименьший элемент	
67	94	55	44	42	18	12	06	Меняем местами первый и последний элементы пирамиды h1...h2	Проход 7
94	67	55	44	42	18	12	06	Остался один наибольший элемент	
94	67	55	44	42	18	12	06	Сортировка закончена	

```
procedure HeapSort;
var l,r:index; x:item;

   procedure sift;
    label 13;
    var i,j: index;
    begin i:=l; j:=2*i; x:=a[i];
         while j<=r do
         begin if j<r then
              if a[j].key<a[j+1].key then j:=j+1;
         if x.key>=a[j].key then goto 13;
         a[i]:=a[j];
         i:=j;
         j:=2*i
         end;
    13: a[i]:=x
    end;
begin l:=(n div 2)+1; r:=n;
     while l>1 do
          begin l:=l-1; sift
          end;
     while r>1 do
          begin x:=a[1]; a[1]:=a[r]; a[r]:=x;
          r:=r-1; sift
          end
end;
```

Программа 2.3. HeapSort

Анализ HeapSort. На первый взгляд вовсе не очевидно, что такой метод сортировки дает хорошие результаты. Ведь, в конце концов, большие элементы, прежде чем попадут на свое место в правой части, сначала сдвигаются влево. И действительно, процедуру не рекомендуется применять для небольшого, вроде нашего примера, числа элементов. Для больших же n HeapSort очень эффективна; чем больше n, тем лучше она работает. Она даже становится сравнимой с сортировкой Шелла.

В худшем случае нужно n/2 сдвигающих шагов, они сдвигают элементы на log(*n*/2),log(*n*/2 -1),…, log(*n*-1) позиций (целая часть логарифма по основанию 2) Следовательно, фаза сортировки требует *n* - 1 сдвигов с самое большое log(*n* - 1), log(*n* - 2),..., 1 перемещениями. Кроме того, нужно еще *n* – 1 перемещений для просачивания сдвинутого элемента на некоторое расстояние вправо. Эти соображения показывают, что даже в самом плохом из возможных случаев HeapSort потребует *n* * log *n* шагов. Великолепная производительность в таких плохих случаях — одно из привлекательных свойств HeapSort.

Совсем не ясно, когда следует ожидать наихудшей (или наилучшей) производительности. Но вообще-то кажется, что HeapSort "любит" начальные последовательности, в которых элементы более или менее отсортированы в обратном порядке. Поэтому ее поведение несколько неестественно. Если мы имеем дело с

обратным порядком, то фаза порождения пирамиды не требует каких-либо перемещений. Среднее число перемещений приблизительно равно $n/2 * \log(n)$, причем отклонения от этого значения относительно невелики.

Сортировка с помощью разделения

Разобравшись в двух усовершенствованных методах сортировки, построенных на принципах включения и выбора, мы теперь коснемся третьего улучшенного метода, основанного на обмене. Если учесть, что пузырьковая сортировка в среднем была самой неэффективной из всех трех алгоритмов прямой (строгой) сортировки, то следует ожидать относительно существенного улучшения. И все же это выглядит как некий сюрприз: улучшение метода, основанного на обмене, о котором мы будем сейчас говорить, оказывается, приводит к самому лучшему из известных в данный момент методу сортировки для массивов. Его производительность столь впечатляюща, что изобретатель Ч. Хоар даже назвал метод быстрой сортировкой (Quicksort).

В Quicksort исходят из того соображения, что для достижения наилучшей эффективности сначала лучше производить перестановки на большие расстояния. Предположим, у нас есть n элементов, расположенных по ключам в обратном порядке. Их можно отсортировать за $n/2$ обменов, сначала поменять местами самый левый с самым правым, а затем последовательно двигаться с двух сторон. Конечно, это возможно только в том случае, когда мы знаем, что порядок действительно обратный. Но из этого примера можно извлечь и нечто действительно поучительное.

Давайте попытаемся воспользоваться таким алгоритмом: выберем наугад какой-либо элемент (назовем его x) и будем просматривать слева направо массив до тех пор, пока не обнаружим элемент $a_i > x$, затем просмотрим его справа налево, пока не найдем элемент $a_j < x$. Теперь поменяем местами эти два элемента и продолжим процесс «просмотра с обменом», пока два просмотра не встретятся где-то в середине массива. В результате массив разделится на две части: левую – с ключами, меньшими, чем x, и правую – с ключами большими x. Теперь этот процесс разделения представим в виде процедуры (программа 2.4).

```
Procedure partition;
        Var w,x: item;
Begin i:=1; j:=n;
        Случайно выбрать x;
        Repeat
                While a[i].key < x.key do i:=i + 1;
                While x.key < a[j].key do j:=j - 1;
                If i <= j then
                        Begin w:=a[i]; a[i]:=a[j]; a[j]:=w;
                                i:=i+1; j:=j-1
                        end
```

until $i > j$

end;

Программа 2.4. Сортировка с помощью разделения.

Обратите внимание, что вместо отношений > и < используются ≥ и ≤, а в заголовке цикла с WHILE — их отрицания < и >. При таких изменениях x выступает в роли барьера для того и другого просмотра. Если взять в качестве x для сравнения средний ключ 42, то в массиве ключей

44 55 12 ***42*** 94 06 18 67

для разделения понадобятся два обмена: 18 ⇔ 44 и 6 ⇔55

18 06 12 ***42*** 94 55 44 67

Последние значения индексов таковы: $i = 5$, а $j = 3$. Ключи $a_1 ... a_{i-1}$ меньше или равны ключу $x = 42$, а ключи $a_{j+1} ... a_n$ больше или равны x. Следовательно, существует две части, а именно:

$a_k.key <= x.key$ для: $k = 1, \ldots, i-1$,

(*)

$a_k.key >= x.key$ для: $k = j+1, \ldots, n$.

И, следовательно,

$a_k.key = x.key \quad k = j+1, \ldots, I-1$

Описанный алгоритм очень прост и эффективен, поскольку главные сравниваемые величины i, j и x можно хранить во время просмотра в быстрых регистрах машины. Однако он может оказаться и неудачным, что, например, происходит в случае n идентичных ключей: для разделения нужно $n/2$ обменов. Этих вовсе необязательных обменов можно избежать, если операторы просмотра заменить на такие:

While $a[i].key <= x.key$ **do** $i := i+1$;

While $x.key <= a[j].key$ **do** $j := j-1$

Однако в этом случае выбранный элемент x, находящийся среди компонент массива, уже не работает как барьер для двух разнонаправленных просмотров. В результате просмотры массива со всеми идентичными ключами приведут, если только не использовать более сложные условия их окончания, к переходу через границы массива. Простота условий, употребленных в программе 2.4, вполне оправдывает те дополнительные обмены, которые происходят в среднем относительно редко. Можно еще немного сэкономить, если изменить заголовок, управляющий самим обменом: от $i <= j$ перейти к $i < j$. Однако это изменение не должно касаться двух операторов:

$$i := i + 1; j := j - 1.$$

Поэтому для них потребуется отдельный условный оператор. Необходимость условия $i <= j$ можно проиллюстрировать следующим примером при $x = 2$:

1 1 1 ***2*** 1 1 *1*

Первый просмотр и обмен дают

1 1 1 1 1 1 2,

причем $i = 5, j = 6$. Второй просмотр не изменяет массив и заканчивается с $i = 7$ и $j = 6$. Если бы обмен не подчинялся условию $i <= j$, то произошел бы ошибочный обмен a_6 и a_7.

Убедиться в правильности алгоритма разделения можно, удостоверившись, что отношения (*) представляют собой инварианты оператора цикла с **Repeat**. Вначале при $i = 1$ и $j = n$ их истинность тривиальна, а при выходе с $i > j$ они дают как раз желаемый результат.

Теперь напомним, что наша цель — не только провести разделение на части исходного массива элементов, но и отсортировать его. Сортировку от разделения отделяет, однако, лишь небольшой шаг: нужно применить этот процесс к получившимся двум частям, затем — к частям частей, и так до тех пор, пока каждая из частей не будет состоять из одного-единственного элемента. Эти действия описываются листингом программы 2.5.

```
procedure QuickSort;
    procedure sort(l,r:index);
      var i,j:index; x,w:item;
      begin
        i:=l; j:=r;
        x:=a[(l+r) div 2];
        repeat
          while a[i].key<x.key do i:=i+1;
          while x.key<a[j].key do j:=j-1;
          if i<=j then
            begin w:=a[i]; a[i]:=a[j]; a[j]:=w;
              i:=i+1; j:=j-1
            end
        until i>j;
        if l<j then sort(l,j);
        if l<r then sort(i,r)
      end;
  begin
    sort(1,n)
  end;
```

Программа 2.5. Быстрая сортировка (Quicksort)

Анализ Quicksort. В благоприятных ситуациях каждый процесс разделения расщепляет массив на две половины и для сортировки требуется всего log n проходов. В результате общее число сравнений равно n*log n, а общее число обменов n* log(n)/6. Удивительный, однако, факт: средняя производительность Quicksort при случайном выборе границы отличается от упомянутого оптимального варианта лишь коэффициентом 2*ln (2).

Как бы то ни было, но Quicksort присущи и некоторые недостатки. Главный из них — недостаточно высокая производительность при небольших n, впрочем, этим грешат все усовершенствованные методы. Однако данный метод имеет то преимущество, что для обработки небольших частей в него можно легко включить какой-либо из прямых методов сортировки. Это особенно удобно делать в случае рекурсивной версии программы.

Остается все еще вопрос о самом плохом случае. Как тогда будет работать Quicksort? К несчастью, ответ неутешителен и демонстрирует одно неприятное свойство Quicksort. Разберем, скажем, тот несчастный случай, когда каждый раз для сравнения выбирается наибольшее из всех значений в указанной части. Тогда на каждом этапе сегмент из n элементов будет расщепляться на левую часть, состоящую из n-1 элементов, и правую, состоящую из одного-единственного элемента. В результате потребуется n (а не log n) разделений и наихудшая производительность метода будет порядка n^2.

Явно видно, что главное заключается в выборе элемента для сравнения - x. В нашей редакции им становится средний элемент. Заметим, однако, что почти с тем же успехом можно выбирать первый или последний. В этих случаях хуже всего будет, если массив окажется первоначально, уже упорядочен, ведь Quicksort определенно "не любит" такую тривиальную работу и предпочитает иметь дело с неупорядоченными массивами. Выбирая средний элемент, мы как бы затушевываем эту странную особенность Quicksort, поскольку в этом случае первоначально упорядоченный массив будет уже оптимальным вариантом. Таким образом, фактически средняя производительность при выборе среднего элемента чуточку улучшается. Сам Хоар предполагает, что x надо выбирать случайно. Такой разумный выбор мало влияет на среднюю производительность Quicksort, но зато значительно ее улучшает (в наихудших случаях). В некотором смысле быстрая сортировка напоминает азартную игру: всегда следует учитывать, сколько можно проиграть в случае невезения.

Заканчивая наш обзор усовершенствованных методов сортировки, мы попытаемся сравнить их эффективность. Как и раньше, n — число сортируемых элементов, а C и M — соответственно число необходимых сравнений ключей и число обменов. Для всех прямых методов сортировки можно дать точные аналитические формулы. Для усовершенствованных методов нет сколько-либо осмысленных, простых и точных формул. Существенно, однако, что в случае сортировки Шелла вычислительные затраты составляют $c*n^{1.2}$, а для HeapSort и Quicksort — $c* n* \log n$, где c — соответствующие коэффициенты.

Эти формулы просто вводят грубую меру для производительности как функции n и позволяют разбить алгоритмы сортировки на примитивные, прямые методы (n^2) и на усложненные или "логарифмические" методы ($n * \log(n)$).

Рассмотрев, несколько различных усложненных методов сортировки массивов нетрудно заметить главный недостаток – недостаточно высокая производительность при небольших n. Действительно эти сортировки не рекомендуется применять для небольшого числа элементов (для этого существуют простые методы сортировки).

Хотя и это можно исправить, путем включения простых методов сортировки для небольших *n*.

Итак, сделаем вывод: выбор определенного метода сортировки зависит от структуры обрабатываемых данных, а также от количества элементов. При решении определенной задачи, выбранный метод сортировки должен быть наиболее эффективным.